LES NOMBRES DECIMAUX

I- Généralité :

Les nombres décimaux s'écrivent de différentes façons ; par exemple 0,25 s'écrit $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$.

Dans l'écriture décimale d'un nombre décimal, la virgule sépare la partie entière de la partie décimale. Les nombres entiers sont des nombres décimaux dont la partie décimale est égale à 0 ; ils peuvent s'écrire sans virgule.

Le premier ouvrage européen connu traitant des notations des nombres décimaux paraît en 1582 sous le titre « ***De Thiende*** » *(le Dixième)* ; son auteur, **Simon Stevin**, est un mathématicien flamand.

La notation qu'il propose, relativement complexe, utilise un symbole particulier pour désigner les **unités**, un autre pour les **dixièmes**, un autre encore pour les **centièmes** et ainsi de suite.

En 1592, le mathématicien et horloger suisse **Jost Bürgi** simplifie l'écriture de **Stevin** en utilisant simplement le signe **°** pour signaler le chiffre des unités.

***Exemple* :** le nombre 54,306 s'écrit 54°306.

L'Italien **Magini** perfectionnera la notation introduite par **Bürgi** en remplaçant le petit rond (**°**) par un point placé entre le chiffre des unités et celui des dixièmes. C'est ainsi que naît la notation anglo-saxonne des nombres décimaux.

***Exemple* :** le nombre 54,306 s'écrit 54.306.

En 1608, le Néerlandais **Willibrord Snellius** imagine la notation à **virgule** que nous utilisons en **France** de nos jours.

1- Lecture :

Pour lire correctement des nombres décimaux, il suffit de **repérer la place de chacun des chiffres** qui composent son écriture usuelle.

Exemples :

Le nombre 504,36 se lit 504 unités et 36 centièmes ou bien 504 virgule 36 ;
Le nombre 47,895 1 se lit 47 unités et 8 951 dix-millièmes ou bien 47 virgule 8 951.

2- Ecriture :

La **partie entière** d'un nombre décimal s'écrit en groupant les chiffres par trois en partant de la droite, juste avant la virgule s'il y en a une, et en allant vers la gauche.

Exemples :

« Quatre-vingt-six millions sept cent dix mille treize » s'écrit 86 710 013 ;
« Huit mille trois unités et soixante-neuf centièmes » s'écrit 8 003,69.

La **partie décimale** d'un nombre décimal s'écrit en groupant les chiffres par trois en commençant juste après la virgule et en allant vers la droite.

Exemples :

« Zéro unité et trois cent douze millièmes » s'écrit 0,312.

« Sept mille unités et vingt-cinq cent millièmes » s'écrit 7 000,000 25.

3- Utilisation des fractions :

Il est possible d'utiliser des **fractions décimales pour écrire des nombres décimaux.**

Exemple :

6,789 s'écrit aussi $6 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{9}{1000}$, ou bien $\frac{6\,789}{1\,000}$, ou encore $6 + \frac{789}{1\,000}$.

II- Comparaison :

Comparer deux nombres, c'est trouver le plus grand des deux. Une fois que l'on sait comparer deux nombres, peut-on facilement ranger plusieurs nombres selon un ordre **croissant** ou **décroissant ?**

On voit facilement que $34{,}97 < 35{,}2$ car $34 < 35$.

Si deux nombres décimaux **n'ont pas la même partie entière,** alors le plus petit est celui qui a la plus petite partie entière.

Dans le cas où deux nombres décimaux ont des **parties entières égales**, on examine chiffre par chiffre leurs parties décimales, en commençant par la décimale placée juste à droite de la virgule et en ajoutant au besoin des zéros.

Exemple 1 :

56,24 > 56,239. **Pourquoi ?**

Les deux parties entières sont égales et le premier chiffre de chaque partie décimale est 2, mais on observe que 4 > 3, ce qui permet de conclure.

Exemple 2 :

3,5 < 3,54. **Pourquoi ?**

On peut écrire que 3,5 = 3,50 et 0 < 4, ce qui permet de conclure.

Remarque :

On conclut dès qu'on a trouvé deux chiffres distincts situés à la même place dans la partie décimale de l'un et de l'autre.

Ainsi 6,4 > 6,398 (car 4 > 3). Donc attention : la longueur de la partie décimale n'est pas un critère pertinent pour comparer deux décimaux !

Pour comparer deux nombres décimaux écrits sous forme fractionnaire, il suffit de les écrire sous forme décimale.

Exemple : $34 + \frac{2}{10} > 34 + \frac{173}{1\,000}$. **Pourquoi ?**

On peut écrire que $34 + \frac{2}{10} = 34{,}2$ et $34 + \frac{173}{1\,000} = 34{,}173$.

On a bien alors 34,2 > 34,173, ce qui permet de conclure.

1- Rangement :

Ranger des nombres dans l'ordre croissant, c'est les écrire du plus petit au plus grand.
Ranger des nombres dans l'ordre décroissant, c'est les écrire du plus grand au plus petit.

***Exemple* 3 :**

Pour ranger 5,6 ; 4, 33 et 4,385 dans l'ordre croissant, on compare ces nombres deux à deux ; on remarque alors que 4,33 < 4,385 et que 4,385 < 5,6. On peut donc écrire : 4,33 < 4,385 < 5,6.

***Exemple 4* :**

Pour ranger 41,667 ; 41,3 et 50,1 dans l'ordre décroissant, on compare ces nombres deux à deux ; on remarque alors que 50,1 > 41,667 et que 41,667 > 41,3.

On peut donc écrire : 50,1 > 41,667 > 41,3.

III- Multiplication et division :

Pour multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000, il est inutile de poser la multiplication ou la division.

Mais alors, quelle méthode utiliser ?

1- Multiplication :

On sait que :

— 54 **dizaines** sont égales à 54**0** unités ;
— 54 **centaines** sont égales à 5 4**00** unités ;
— 54 **milliers** sont égaux à 54 **000** unités.

On peut donc écrire :

54 × 1**0** = 10 × 54 = 54**0**

54 × 1**00** = 100 × 54 = 5 4**00**

54 × 1 **000** = 1 000 × 54 = 54 **000**

Règle générale :

Pour écrire le résultat de la multiplication d'un nombre entier par 10, 100 ou 1 000, il suffit d'ajouter respectivement un, deux ou trois zéros à la droite de l'écriture du nombre.

2- Division :

On sait que :

- 54 **dixièmes** sont égaux à
- 54 **centièmes** sont égaux à
- 54 **millièmes** sont égaux à

On peut donc écrire :

54 ÷ 1**0** = 5**,4**

54 ÷ 1**00** = 0**,54**

54 ÷ 1 **000** = 0**,054**

Sachant que 54 = 54,0, on peut considérer que les écritures 5,4 ; 0,54 et 0, 054 résultent du déplacement de la virgule dans 54,0 d'un, deux ou trois rangs **vers la gauche**.

***Règle générale* :**

Pour écrire le résultat de la division d'un nombre entier par 10, 100 ou 1 000, il suffit de considérer une virgule à droite du chiffre des unités et de la déplacer respectivement d'un, deux ou trois rangs vers la gauche.

On peut donc en déduire que :

4,5 × 10 = 10× 4,5 = 45

4,5 × 100 = 100× 4,5 = 450

4,5 × 1 000 = 1 000× 4,5 = 4 500

***Règle générale* :**

Pour écrire le résultat de la multiplication d'un nombre décimal non entier par 10, 100 ou 1 000, il suffit de déplacer la virgule respectivement d'un, deux ou trois rangs **vers la droite**.

IV- Addition et soustraction :

1- Addition :

Lorsque l'on additionne ou soustrait des nombres décimaux, on obtient bien sûr un nombre décimal.

Quelle technique appliquer quand on ne dispose pas de calculatrice ?

Il suffit de **placer dans une même colonne les chiffres de même nature.**
Pour calculer par exemple 3,89 + 12,03, il suffit de disposer les calculs ainsi :

		3	,	8	9
+	1	2	,	0	3

On aligne correctement les chiffres des parties entières ; puis, à droite de la virgule, on place les chiffres des dixièmes les uns sous les autres, de même pour les chiffres des centièmes, et ainsi de suite pour les autres décimales.

Il suffit alors d'effectuer l'addition selon la technique usuelle.

				1	
		3	,	8	9
+	1	2	,	0	3
=	1	5	,	9	3

2- Soustraction :

Pour la soustraction, on utilise la même méthode.

	8	9	,	0	5
-	2	7	,	6	1
		1			
	6	1	1	4	4

- Cas où les écritures n'ont pas le même nombre de décimales :

En ajoutant des zéros à droite de la partie décimale, il est toujours possible de faire en sorte que des nombres décimaux soient écrits avec le même nombre de décimales.

Ainsi, 59,8 - 2,934 = 59,800 - 2,934. En disposant les chiffres de la même manière que dans le paragraphe 1, on trouve le résultat suivant :

	5	9	,	8	0	0
-		2	,	9	3	4
		1		1	1	
=	5	6	,	8	6	6

- Cas où les écritures sont fractionnaires :

Il est toujours possible de **se ramener au cas des écritures décimales** en convertissant les écritures fractionnaires en écritures décimales.

Par exemple, pour effectuer la somme $31 + \frac{7}{1\,000} + 6 + \frac{1}{10} + \frac{9}{1\,000}$,

il suffit de l’écrire : 31,007 + 6,109.

On trouve alors, en utilisant la méthode du paragraphe précédent, le résultat 37,116 que l'on peut réécrire ainsi :

$$37 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{6}{1\,000}$$

Remarque :

Il est parfois plus rapide de ne pas convertir les écritures fractionnaires en écritures décimales.

Par exemple : $\frac{23}{100} - \frac{11}{100} = \frac{23 - 11}{100} = \frac{12}{100}$.